1. **ER20-1500正运动学**

坐标系示意图如下：

X4

|  |  |
| --- | --- |
| 1  X5 Z4  X3  Z3  X2  Z2  X1  X0  Z6  X6  Z1  Z0 | 未命名绘图.drawio |

DH参数表如下：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i** | **theta** | **d** | **a** | **alpha** | **q** |
| 1 | 0 | d1(332) | 0 | 0 | q1 |
| 2 | 90 | 0 | a1(142) | 90 | q2 |
| 3 | 0 | 0 | a2(680) | 0 | q3 |
| 4 | 0 | d4(630) | a3(110) | 90 | q4 |
| 5 | -90 | 0 | 0 | -90 | q5 |
| 6 | 0 | d6(103) | 0 | 90 | q6 |

运动学正解T矩阵：

T[1,1]=c6\*(c1\*c23\*c5 + s5\*(-c1\*c4\*s23 + s1\*s4)) + s6\*(c1\*s23\*s4 + c4\*s1)

T[1,2]=c6\*(c1\*s23\*s4 + c4\*s1) - s6\*(c1\*c23\*c5 + s5\*(-c1\*c4\*s23 + s1\*s4))

T[1,3]=c1\*c23\*s5 - c5\*(-c1\*c4\*s23 + s1\*s4)

T[1,4]=c1\*(a1 - a2\*s2 - a3\*s23 + c23\*d4) - d6\*(-c1\*c23\*s5 + c5\*(-c1\*c4\*s23 + s1\*s4))

T[2,1]=-c6\*(-c23\*c5\*s1 + s5\*(c1\*s4 + c4\*s1\*s23)) + s6\*(-c1\*c4 + s1\*s23\*s4)

T[2,2]=c6\*(-c1\*c4 + s1\*s23\*s4) + s6\*(-c23\*c5\*s1 + s5\*(c1\*s4 + c4\*s1\*s23))

T[2,3]=c23\*s1\*s5 + c5\*(c1\*s4 + c4\*s1\*s23)

T[2,4]=d6\*(c23\*s1\*s5 + c5\*(c1\*s4 + c4\*s1\*s23)) + s1\*(a1 - a2\*s2 - a3\*s23 + c23\*d4)

T[3,1]=-c23\*s4\*s6 + c6\*(c23\*c4\*s5 + c5\*s23)

T[3,2]=-c23\*c6\*s4 - s6\*(c23\*c4\*s5 + c5\*s23)

T[3,3]=-c23\*c4\*c5 + s23\*s5

T[3,4]=a2\*c2 + a3\*c23 + d1 + d4\*s23 + d6\*(-c23\*c4\*c5 + s23\*s5)

T[4,1]=0

T[4,2]=0

T[4,3]=0

T[4,4]=1

其中，s1=sin(q1)，c1=cos(q1)，s2=sin(q2)，c2=cos(q2)，s23=sin(q2+q3)，c23=cos(q2+q3)，s4=sin(q4)，c4=cos(q4)，s5=sin(q5)，c5=cos(q5)，s6=sin(q6)，c6=cos(q6)。

所以，最终正解表示为：



(欧拉角与旋转矩阵转换参考https://www.cnblogs.com/larry-xia/p/11926121.html)

1. **ER20-1500逆运动学**

已知P=[X,Y,Z,A,B,C]，可求出T矩阵。



其中姿态矩阵可通过欧拉角[A,B,C]求得，另外位置矩阵

[1,4]和[2,4]



[1,4]、[2,4]和[3,4]





inv(A3)\*inv(A2)\*inv(A1)\*T=A4\*A5\*A6:

[1,3]和[3,3]



[2,3]



[2,1]和[2,2]



至此已求得全部6个关节角，但运动学逆解存在多解情况。q2有两解，q3有两解，q5有两解，因此1组末端位姿会对应8组可能的关节角组合，还需注意判断选解。